

空间解析几何法天体定位精度分析

张圣云 杨仕才 王连柱

(海军大连舰艇学院 大连 116018)

摘要:本文论述了高度差法的天文船位圆原理与空间解析几何法的天文船位圆原理一致性,并以此为根据,对天文定位新方法——空间解析几何法天体定位精度进行了分析。

关键词:空间解析几何 天体定位 精度分析

《天文定位新方法的研究》(以下称文献)根据空间解析几何的有关知识,提出了一种新的天文定位法——空间解析几何法天体定位。其中,三星定位是利用三个天文船位圆所在平面必定相交于一点的原理来确定船位的;两星定位是利用两个天文船位圆所在平面的相交直线与球面的交点来确定船位的。该法的最大优点是:即使在不知道推算船位的情况下,也可以进行定位。定位精度分析如下:

1 天文船位圆原理一致性证明

1.1 天文船位圆

从天球坐标中可知:天球面上的测者天顶点,是地球表面测者位置在天球面上的投影。因此,为确定测者在地球表面的位置,可以通过测定测者的天顶点在天球球面上的位置来实现。

假设用六分仪测得的天体高度经各项修正后所得的真高度为 h ,那么,根据天体高度与其顶距的关系可以求得该天体的顶距为 $90^\circ - h$ 。天体顶距是从测者天顶到天体的弧距,因此,在天球球面上以天体为中心,以顶距为球面半径所做的圆就是测者的天顶位置圆。

根据天球与地球坐标间相互对应相互投影的关系,将测者的天顶位置圆投影到地球表面上所得的圆就是测者的天文船位圆,其圆心是地心和天体的连线与地球表面的交点,半径是

天体的顶距 $90^\circ - h$ 。

1.2 天文船位

观测一个天体,可以得到一个天文船位圆,测者的位置必定在该圆上。为测得船位,测者在同一地点至少要观测两个天体,可以得到两个天文船位圆,它们相交后可得到两个交点。由于天文船位圆的半径很大,因此,靠近推算船位附近的那个交点就是测者所在的观测船位。

1.3 天文船位圆的方程式

在图 1 中:假设 B 为天体, Z 为某一测者的天顶,那么,在天文三角形 $P_N Z B$ 中,弧 $P_N Z = 90^\circ - \varphi$,弧 $P_N B = 90^\circ - h$,弧 $Z B = 90^\circ - h$, $Z P_N B = t_M$ (天体地方时角)。因此,根据球面三角边的余弦公式得:

$$\sinh = \sin \varphi \sin \delta + \cos \varphi \cos \delta \cos t_M \quad (1)$$

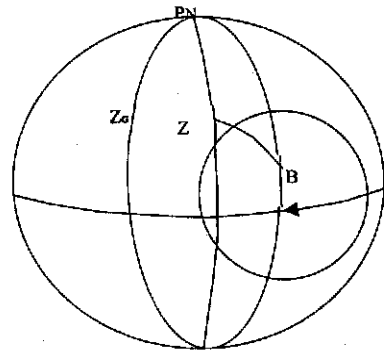


图 1 天文船位圆原理图

该式就是地球表面上的天文船位圆的方程式。它是一个与测者纬度和天体地方时角

t_M 共变的圆。因为在天体高度及其格林时角和赤纬不变的条件下,给测者纬度以不同值代入上式,可得天文船位圆上相应点的经度值。反之,也是如此。由文献[1]知:天体的真高度是天体和地心的连线与测者真地平面之间的夹角。由于地球半径远远小于天球半径,所以,可以把测者真地平面看成一个通过地心并且法线方向数与实际真地平面相同的平面。根据空间解析几何中直线与平面的夹角计算公式可得:

$$\sinh = a \sin \theta_0 \cos \phi_0 + b \sin \theta_0 \sin \phi_0 + c \cos \theta_0 \quad (2)$$

a, b, c 为待定未知数,它们与测者所在地球位置有关,其中, $a = \sin \theta_0 \cos \phi_0, b = \sin \theta_0 \sin \phi_0, c = \cos \theta_0$ (注意: θ_0, ϕ_0 不是测者经纬度,有关它们与测者经度之间的换算关系请参见文献[1])。

将 θ_0, ϕ_0 换算成测者经纬度, θ_0, ϕ_0 换算成天体的格林时角和赤纬后,再把 a, b, c 代入(2)式所得的方程式与(1)完全相同,这说明空间解析几何法天体定位的天文船位圆原理与高度差法的天文船位圆原理是一致的。

2 两星定位的精度分析

两星定位是通过求解方程组:

$$\begin{cases} \sinh_1 = a \sin \theta_{01} \cos \phi_{01} + b \sin \theta_{01} \sin \phi_{01} + c \cos \theta_{01} \\ \sinh_2 = a \sin \theta_{02} \cos \phi_{02} + b \sin \theta_{02} \sin \phi_{02} + c \cos \theta_{02} \\ a^2 + b^2 + c^2 = 1 \end{cases}$$

来确定测者船位,其解算精度对定位准确性有直接的影响。在科学技术高度发展的今天,计算机的计算精度日益提高,解算精度已经不成为主要问题。因此,在查得准确的天体格林时角和赤纬且 θ_0, ϕ_0 计算准确的条件下,两星定位的精度主要取决于观测天体高度的准确度。下面,利用图解法来分析观测高度误差对两星定位精度的影响。

如果天体的观测高度没有误差。那么,两个天文船位圆的交点之一即为准确的船位。

在实际观测中,由于各种因素的作用,天体高度的观测值不可能没有误差。设其为 h ,则天文船位圆的半径将增大或减小 h (图中的实线圆为准确船位圆,虚线圆为带有误差的实测船位圆, W 为准确船位点;星体 1 的观测误差

为 h_1 ,星体 2 的观测误差为 h_2)。

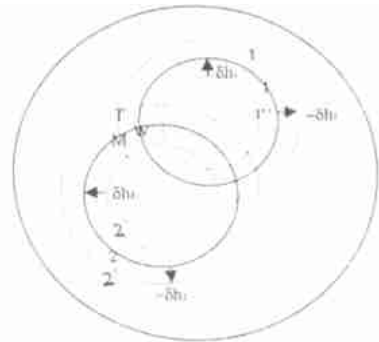


图2 两星定位精度分析图

在图 2 中,如果天体 1 的观测误差为 $-h_1$,天体 2 的观测误差为 $-h_2$,那么, T 点就是实测船位, TW 就是实测船位与准确船位的误差;如果天体 1 的观测误差为 $-h_1$,天体 2 的观测误差为 0,那么, M 点就是实测船位, MW 就是实际观测船位与准确船位的误差,这一点不难理解。在通常情况下,观测高度的误差值远远小于天文船位圆的半径,因此,可以将 TW 弧和 MW 弧近似地看成直线。由此可知:采用两星定位时,如果只有一个天体高度有误差,那么,船位误差等于该天体高度误差值;如果两个高度都有误差,则船位误差为:

$$\sqrt{h_1^2 + h_2^2 - 2|h_1| |h_2| \cos \angle TMW} \quad (3)$$

从以上分析可以看出:在不考虑偶然误差的情况下,两星定位的精度主要取决于测者的观测水平。观测水平高,船位误差小;观测水平低,船位误差大。

3 三星定位的精度分析

三星定位是通过求解方程组:

$$\begin{cases} \sinh_1 = a \sin \theta_{01} \cos \phi_{01} + b \sin \theta_{01} \sin \phi_{01} + c \cos \theta_{01} \\ \sinh_2 = a \sin \theta_{02} \cos \phi_{02} + b \sin \theta_{02} \sin \phi_{02} + c \cos \theta_{02} \\ \sinh_3 = a \sin \theta_{03} \cos \phi_{03} + b \sin \theta_{03} \sin \phi_{03} + c \cos \theta_{03} \end{cases}$$

来确定测者船位。对方程组中的各式来讲,如果不限定 $a = \sin \theta_0 \cos \phi_0, b = \sin \theta_0 \sin \phi_0, c = \cos \theta_0$,则为天文船位圆所在平面的方程;如果限定之,则为天文船位圆方程。因此说,三星定位既可以理解为三个天文船位圆所在平面交

点,也可以理解成三个天文船位圆的交点。

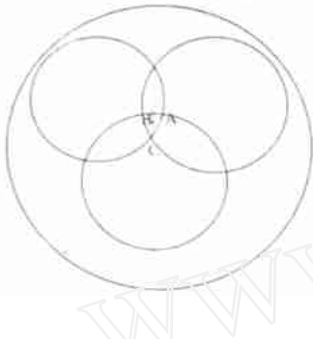


图 3 三星定位精度分析图

如果所观测的三个天体高度都没有误差,那么,三个天文船位圆必定相交于一点且方程组的解满足 $a^2 + b^2 + c^2 = 1$; 如果有观测误差,则三个天文船位圆相交组成一个误差三角形 (ABC) 且方程组的解不满足 $a^2 + b^2 + c^2 = 1$, 但很接近于 1。

三个平面相交于一点实际上也是两平面的交线相交点。从图 3 中可以看出,当产生误差

三角形时,三条直线的交点不在球面上,可能在球面的里面,也可能在球面的外面。如果 $a^2 + b^2 + c^2 < 1$, 则在里面,如果 $a^2 + b^2 + c^2 > 1$, 则在外面,但球心和三条直线相交点的连线与球面的交点必定在误差三角形内。因此,当误差三角形较小时,三星定位的船位误差较小。误差三角形的大小可以通过 $|a^2 + b^2 + c^2 - 1|$ 的大小来判断, $|a^2 + b^2 + c^2 - 1|$ 大说明误差三角形大, $|a^2 + b^2 + c^2 - 1|$ 小说明误差三角形小。

4 结论

空间解析几何法天体定位是通过计算来得船位的,因此,其定位精度主要取决于观测者的观测水平,无法象高度差法那样,通过对误差三角形进行一些处理来减小系统误差,只能通过提高观测水平来提高定位精度。

参考文献

- 1 张圣云. 天文定位新方法的研究. 天津: 天津航海. 2000 年第 3 期
- 2 曹助雁, 陈颖毅. 天文航海. 大连: 海军大连舰艇学院. 1982 年 7 月版

(上接第 38 页)

(3) 第三种通航模式

大、中、小型船舶同时使用航道,但关键是先放大、中型船舶和有引航员的船舶,后放小型船舶,并且在两者之间空出一定的间隔。

(4) 第四种通航模式

在进出港船舶较多时,以 5 艘船舶一组,分批放行,每组船舶之间拉出一定的间隔。

在以上几种通航模式中也存在一些问题:

a. 大、中、小型船舶尺度的确定还有待商榷。

b. 一旦数量较多的船舶出闸后没有航道,如果想抛锚靠泊则比较难以解决。

c. 上述几种通航模式适用于进出港船舶较

多的情况。如果进出港船舶数目不多,或者多到什么程度再采取将大、小型船舶分开的通航模式还不好确定。

d. 拖轮的工作模式如何更好地配合船舶进出港还有待研究。

总之,随着今后码头改、扩建的完成和过驳锚地的建立,以及 260m 航道投入使用,进出天津港船舶的数量肯定会越来越多,越来越大,大型船舶和小型船舶的矛盾也会更加突出。在“中原”轮搁浅事故中就涉及到两条小型船舶。怎样才能把安全和效益结合起来,确保良好的通航环境,更好地服务于港口生产建设是我们所要解决的重大课题。